



# COURS DE PHYSIQUE THÉORIQUE DU SPHT

## ANNÉE 2007-2008

Les *mardis* de 14h30 à 16h30 au SPHT, Orme des Merisiers, Bat.774, Salle Itzykson

### *Eléments de combinatoire algébrique*

Xavier VIENNOT

Du 11 septembre au 23 octobre 2007 (sauf 25/09)

LaBRI

Université Bordeaux

Ce cours comprend six séances de 2 heures chacune.

- *introduction à la combinatoire énumérative, séries génératrices ordinaires*
- *séries génératrices et structures exponentielles*
- *commutations et empilements de pièces*
- *chemins, déterminants et pavages*
- *tableaux de Young et fonctions de Schur*
- *théorie combinatoire des polynômes orthogonaux et fractions continues*

Les mathématiques combinatoires connaissent actuellement un renouveau spectaculaire. Une des motivations principales est la résolution de problèmes purement énumératifs, souvent motivés par des questions issues d'autres disciplines comme la physique théorique, l'analyse d'algorithmes en informatique ou la biologie moléculaire. L'outil essentiel est la notion de série génératrice. Formules de récurrence, équations fonctionnelles ou différentielles, séries rationnelles ou algébriques, etc. tapissent ce domaine appelé combinatoire énumérative. C'est l'objet des deux premières séances de ce cours.

Plus récemment, des théories sont apparues pour regrouper ou "comprendre" certaines de ces formules ou de ces calculs de la combinatoire énumérative. Ainsi des "modèles combinatoires" sont apparus permettant d'organiser le domaine. La combinatoire dite "bijective" joue un grand rôle et apparaît comme un nouveau paradigme permettant d'aborder ou d'interpréter combinatoirement des parties entières des mathématiques classiques. L'interaction entre la combinatoire et l'algèbre a donné naissance à la combinatoire algébrique, domaine actuellement en pleine activité. Il s'agit de résoudre des problèmes de nature combinatoire par des techniques algébriques, ou encore d'interpréter des théories algébriques par des structures combinatoires finies. Les quatre autres séances du cours développent ces considérations, en liaison avec la physique théorique.

Cette "nouvelle" combinatoire est en liaison directe et fructueuse avec la physique théorique. Il s'agit de physique statistique, avec historiquement le modèle d'Ising en dimension 2, et par exemple plus récemment de modèles de gaz dur, d'animaux dirigés ou encore de gravitation quantique Lorentzienne. Très récemment, la célèbre conjecture de Razumov-Stroganov reliant les chaînes de spins quantiques du modèle XXZ d'Heisenberg avec des problèmes combinatoires de matrices à signes alternants et de partitions planes, mobilisent aussi bien la communauté des physiciens théoriciens que celle des combinatoristes.

Les cours sont de nature introductive et accessibles aux étudiants en deuxième année de troisième cycle. Ils sont ouverts aux physiciens de toute discipline et à toute personne intéressée.